

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

ОТВЕТ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

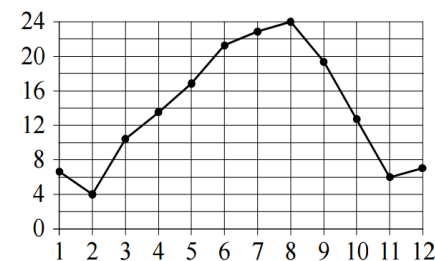
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** В городе N живут 150 000 жителей. Среди них долю 15% составляют дети, остальные – взрослые. Среди взрослых 45% жителей города не работают. Найдите количество работающих взрослых.

Ответ: _____.

- 2** На рисунке точками показана средняя температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько месяцев из данного периода средняя температура была больше 18 градусов Цельсия.



Ответ: _____.



- 3 На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен многоугольник (см. рисунок). Найдите его площадь, запишите ответ в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

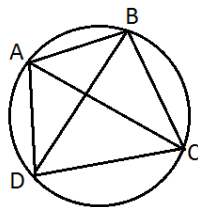
- 4 В мешке лежат 5 карточек с буквами Л, И, Л, И, Я. Миша вынимает из мешка одну карточку. Какова вероятность того, что это окажется карточка с буквой Л.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(4x - 9)^2 = (4x - 3)^2$.

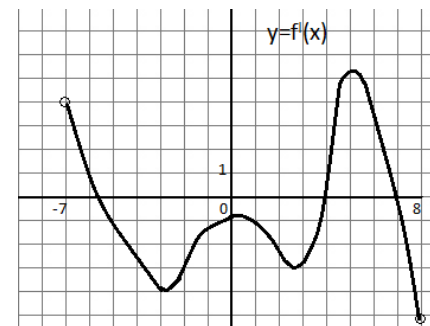
Ответ: _____.

- 6 Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол DAB равен 100° , угол BDC равен 52° . Найдите угол CAD.



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 7]$.



Ответ: _____.

- 8 В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ выразите в см.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $10\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{4}$.

Ответ: _____.

- 10 Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1 + 9t - 4t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

Ответ: _____.

- 11 Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (x - 2)^2 e^{x-3}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\cos 2x + 2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0$
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$

- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 13. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5 : 1$, считая от точки C .
б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

- 15 Решите неравенство $\frac{105}{(2^4-x^2-1)^2} - \frac{22}{2^4-x^2-1} + 1 \geq 0$.

- 16 Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
б) пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.



- 17** В июле планируется взять кредит на сумму 4 026 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом прошлого года.
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 16x - 16y + 48 = |x^2 + y^2 - 16| \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет более, чем одно решение.

- 19** На доске написано 30 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых больше 4, но не превосходит 44. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 11. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньше первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 3, с доски стерли.

- а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 16?
- б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 14, но меньше 15?
- в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Система оценивания Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1–14 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 15–17 максимум оцениваются в 2 балла, задания 18–19 – в 3 балла, а задания 20–21 – в 4 балла.

№ задания	Ответ
1	70125
2	4
3	20,5
4	0,4
5	1,5
6	48
7	3
8	4
9	5
10	1,75
11	25
12	2
13	а) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{7\pi}{4}$
14	44
15	$(-\infty; -2) \cup (-2; -1] \cup \{0\} \cup [1; 2) \cup (2; \infty)$
16	$\sqrt{10}$
17	950400
18	$(8 - 4\sqrt{2}; 4]$
19	а) да б) нет в) 20,5

